



Sistemas de Antenas Inteligentes (Smart Antennas)

Capítulo 12

UNI – FIEE
Lima – PERÚ

Ing. Marcial A. López Tafur
mlopez@uni.edu.pe

• Antenas Inteligentes:

- Analogía
- Evolución de los sistemas de radio celular
- Propagación de la señal
- Beneficios de las antenas inteligentes
- Inconvenientes de las antenas inteligentes
- Antenas
- Formación de haz de las antenas
- Mobile Ad Hoc Networks (MANETs)
- Diseño de sistemas de antenas inteligentes, simulación y resultados.
- Formación, diversidad, Desvanecimiento Rayleigh y modulación Trellis-Coded

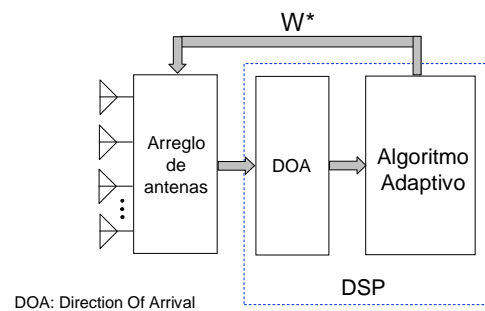
2

¿Qué son las “antenas inteligentes”

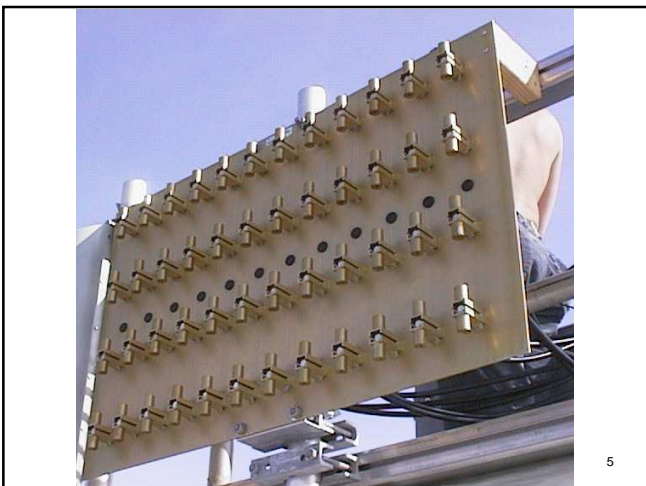
- No hay “antenas inteligentes”
- Si hay “sistemas de antenas inteligentes”
- Los sistemas de antenas inteligentes combinan:
 - Arreglos de antenas
 - Algoritmos de procesamiento digital de señales
- Que hacen que el sistema de antenas sea “inteligente”.

3

Sistema Básico de Antenas Inteligentes



4

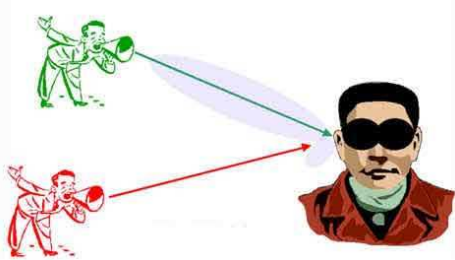


5

Analogía para los sistemas de antenas inteligentes

- Sistema Auditivo
- Sistema Electrónico

Sistema Auditivo



7

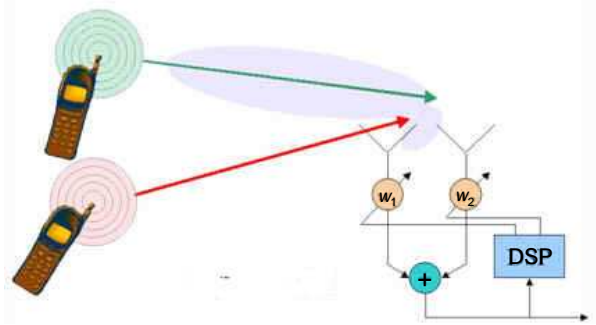
- El oyente puede determinar la ubicación del altavoz sin verlo por lo siguiente:
 - El escucha la voz del que habla a través de **sus sensores acústicos**, sus dos oídos.
 - La voz del que habla **llega cada oído en un tiempo diferente** (retardo de tiempo).
 - Su cerebro **un procesador de señales especializado**, calcula la ubicación del parlante en base a los retardos de tiempo.
 - El cerebro también suma la intensidad de las señales de cada oído tal que el sonido percibido en la dirección calculada es más fuerte que en cualquier otra

8

- Si otras personas entran a la conversación
- El cerebro del oyente puede **desintonizar interferencias** (señales no deseadas) y **concentrarse en una sola conversación en cada momento**.

9

Sistema Electrónico



10

- Un sistema de antenas adaptivo puede determinar la ubicación de un usuario porque:
 - Recibe la señal del usuario a través **sus sensores** (elementos de la antena)
 - La señal **arriba a cada elemento de la antena en un tiempo diferente** (retardo de tiempo)
 - Su procesador digital de señales (DSP), **es un procesador de señales especializado**, calcula la dirección de arribo (**DOA Direction-Of-Arrival**) del usuario de los retardos de tiempo
 - El DSP también suma las intensidades de las señales de cada elemento de la antena y **forma el haz hacia la dirección calculada por el DOA**.

11

- Si más usuarios de juntan:
 - El sistema de antenas adaptivas puede **desintonizar las señales no deseadas** (interferentes) colocando nulos hacia las señales que no son de interés (Signal-Not-Of-Interest ó SNOI), y **concentrarse sobre las señales deseadas** ubicando el haz principal en la dirección de la señal de interés (Signal-Of-Interest ó SOI)

12

¿Por qué son importantes los sistemas de antenas inteligentes?

- Las antenas inteligentes (Smart Antennas – SA) integran: Procesamiento digital de señales (DSP), comunicaciones móviles y tecnología de arreglo de antenas para:
 - Mejorar el rendimiento de los sistemas de comunicaciones, incluyendo:
 1. Capacidad
 2. Rango (alcance de la comunicación)
 - Mejora la calidad del enlace en transmisión y recepción por medio de:
 1. Administración del multitrayecto
 2. Mitigación del desvanecimiento (Fading)

14

Lo anterior se lleva a cabo por:

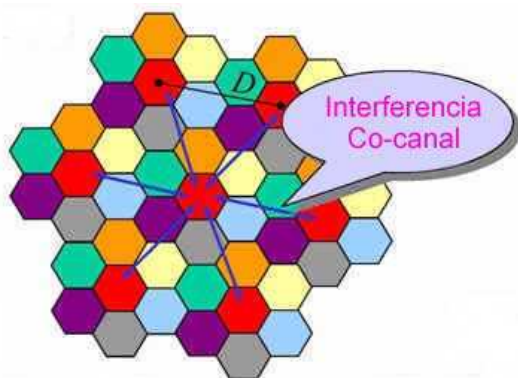
- **Direccionando el Haz (*Beam Steering*)**
 - Colocando el máximo del haz hacia las Señales de Interés (SOI: Signal-Of-Interest)
- **Direccionando el nulo (*Null Steering*)**
 - Colocando haces mínimos, idealmente nullos, en la dirección de las señales interferentes
 - Señales de No Interés (SONI: Signal-Of-No-Interest)
- **Señales separadas espacialmente:**
 - Permite a varios usuarios compartir el mismo recurso espectral (**SDMA**)

15

Sistemas de Radio Celular

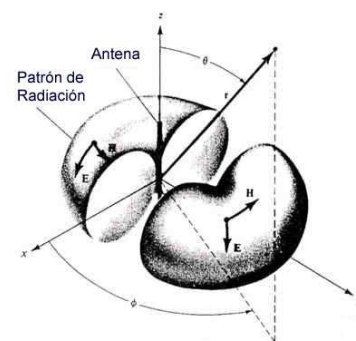
- **Reuso de Frecuencia:**
 - Celdas separadas por una cierta distancia, re-usan el mismo grupo de frecuencias
- **Interferencia Co-canal:**
 - Interferencia entre celdas adyacentes

16



17

Patrón Omnidireccional



18

Mejora en la capacidad

- División de celdas: Subdividiendo una celda congestionada en celdas más pequeñas (micro-celdas), cada una con su propia estación base y la correspondiente reducción en la altura de las antenas y potencia de transmisión.
- Desventajas:
 - Costo: Instalación de nuevas estaciones base
 - Handoffs: Incremento en el número de handoffs.

19



Handoff: Transferencia (en telefonía celular)

Proceso de transferencia de una llamada telefónica en progreso de una celda a otra sin interrupción de la llamada (se cambia el par de frecuencias al momento de la transferencia)

20

Arreglo triangular de dipolos lineales para estaciones base de comunicaciones inalámbricas móviles



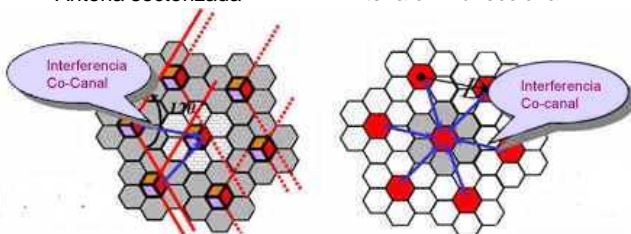
21

- Sectorización: Subdividiendo una celda congestionada en sectores iguales (p.e., 3 sectores de 120°)
- Ventajas:
 - SIR – La interferencia Co-Canal es reducida \Rightarrow el tamaño de la celda es reducida \Rightarrow la capacidad total es incrementada
- Desventajas:
 - Eficiencia de enlaces (trunking efficiency): El número de canales por sector se reduce.
 - Handoffs: el número de handoffs dentro de la celda se incrementa.

22

Antena sectorizada

Antena omnidireccional



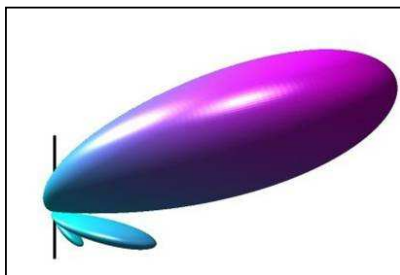
23

Formación de Haz (Beamforming)

- Sistema de antenas inteligentes: Por medio de un sistema de control interno realimentado, ellos pueden generar un patrón de radiación conformado para cada usuario remoto.
- En general, forman el lóbulo principal hacia el usuario deseado y rechazan la interferencia fuera del lóbulo principal. Hay dos tipos:
 - Antena de haces conmutados (switched)
 - Sistemas de antenas adaptivos.

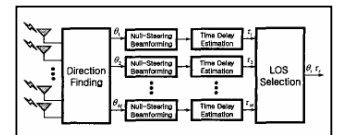
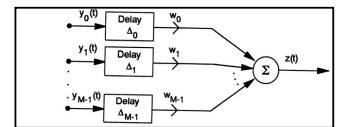
24

Beamforming



Esquemas de formación

- Retardo & suma
 - respuesta unitaria
 - Desventaja : Interferencia
- Direccionamiento del Nulo (Null steering)
 - Cancela la onda plana de direcciones conocidas
 - Maneja interferencias fuertes
 - Desventaja : Multiple Interferencia
- Formación Digital
 - Mayor velocidad de muestreo
 - Mejora en la capacidad de hasta un 200 %



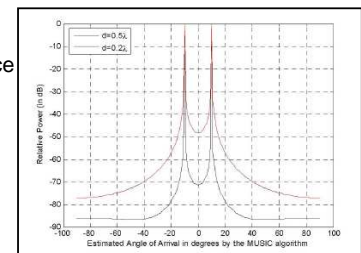
Source : [4]

Algoritmos de formación de haz adaptivos

- Sample Matrix Inversion (SMI)
 - Reemplaza la matriz de covariancia de las señales muestreadas espacialmente por valores estimados iterativamente
 - Least Mean Square (LMS)
 - Las ponderaciones son sujetas a restricciones
- Constant Modulus Algorithm (CMA)
 - Asume que la interferencia causa fluctuaciones de amplitud
- Neural Network approach
 - Aplicable cuando esta disponible una referencia

Algoritmos para la DOA

- DFT and Maximum Entropy Method (MEM)
 - Uses signal subspace
- Multiple Signal Classification (MUSIC)
 - Estimates DoA in noise subspace
 - More accurate



Arreglo de antenas inteligentes:

- Arreglo de antenas con capacidad de procesamiento digital de señales para transmitir y recibir en una forma adaptiva y espacialmente sensitiva.

“Smart” >> Facilidad de procesamiento digital de señales

Aplicaciones en:

- Redes celulares e inalámbricas
- radar
- Guerra electrónica (EWF) como contramedidas a las interferencias electrónicas (jamming)
- Sistemas satelitales

¿Por qué arreglos de antenas inteligentes?

- Mayor Capacidad
- Gran cobertura
- Mayores velocidades binarias
- Mejora en la calidad del enlace
- Eficiencia espectral
- Movilidad

31

Elementos de las antenas inteligentes

- Numero de elementos radiantes
- Red de combinación/división
- Unidad de control

32

Apunta a :

- Maximizar la ganancia de la antena en la dirección deseada
- Minimizar la ganancia en las direcciones de las interferencias

33

Antenas inteligentes para estaciones Base celulares

- La idea de usar antenas inteligentes en las estaciones base es producir patrones de antenas que no sean fijos, sino adaptables a las condiciones de enlace con los terminales móviles
- Pueden ser visualizadas como dirigiendo el haz de la antena sólo hacia el subscriptor del servicio.

34

Tipos de antenas inteligentes

*Lóbulo o haz conmutado (SL):
(también llamados "haces conmutados")*

- técnica simple
- Compuesto solo de un sistema de conmutación entre antenas directivas separadas o de haces predefinidos de un arreglo

35

Arreglo de fases dinámico (Dynamically phased array ó PA):

- Se puede tener seguimiento continuo incluyendo un algoritmo para la detección de la dirección de arribo de la señal del usuario (*direction of arrival* ó DoA)
- Puede ser visto como la generalización del concepto del lóbulo conmutado

36

Antenas & Arreglos Convencionales

Vista superior Antena Omnidireccional

Vista superior Arreglo de antenas Sectorizada

37

Porque los arreglos de antenas inteligentes son superiores a las antenas convencionales

Haz activo

Arreglo de antenas

Usuario deseado

Usuario interferente

Sistema de haces conmutados

Arreglo adaptivo

38

Switched Strategy Adaptive Strategy

Desired Signals

Co-channel Interfering Signals

39

Comparación

Signal

Interference

Switched lobe

Dynamically phased array

Adaptive array

40

Antenna

Radio unit

Lobe forming unit

Signal processing unit

DOA-estimate from uplink

41

Antenna

Radio unit

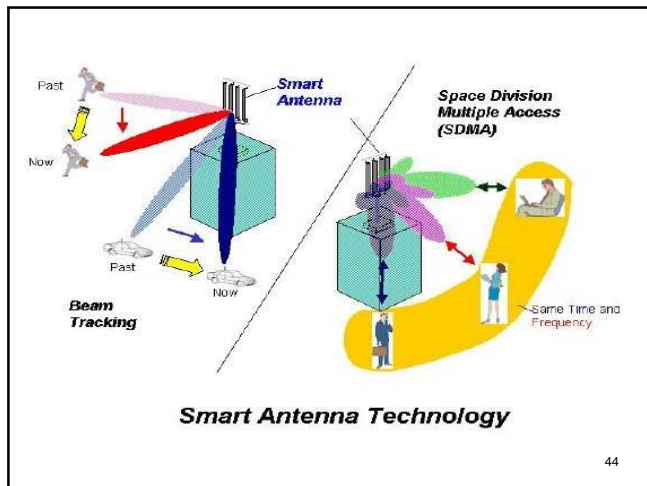
Lobe forming unit

Signal processing unit

42

(Space Division Multiple Access)

- Más de un usuario puede ser ubicado en el mismo canal físico de comunicación simultáneamente en la misma celda
- Separated by *angle* only
- En sistemas TDMA, dos usuarios serán ubicados en la misma ranura de tiempo y frecuencia portadora al mismo tiempo y en la misma celda.



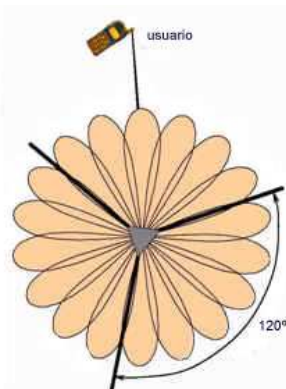
Comparación haz conmutado vs arreglos adaptivos

Criterio	Haz Conmutado	Arreglo adaptivo
Integración	<ul style="list-style-type: none"> • Fácil de implementar • Bajos costos 	<ul style="list-style-type: none"> • complejidad del Tx/Rx • costos altos • Menos redundancia de hardware
Rango/ Cobertura	<ul style="list-style-type: none"> • Más cobertura comparada con sistemas convencionales • Menos cobertura comparada con los arreglos adaptivos 	Más cobertura comparada con los sistemas de haces conmutados
Rechazo a la Interferencia	<ul style="list-style-type: none"> • Dificultad en distinguir entre la señal deseada y la interferencia • No reacciona al movimiento de las interferencias. 	<ul style="list-style-type: none"> • El enfocamiento es estrecho • Capaz de eliminar las señales interferentes

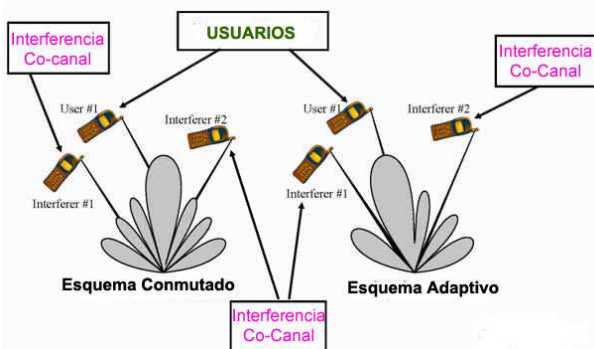
Sistemas de haces conmutados (switched)

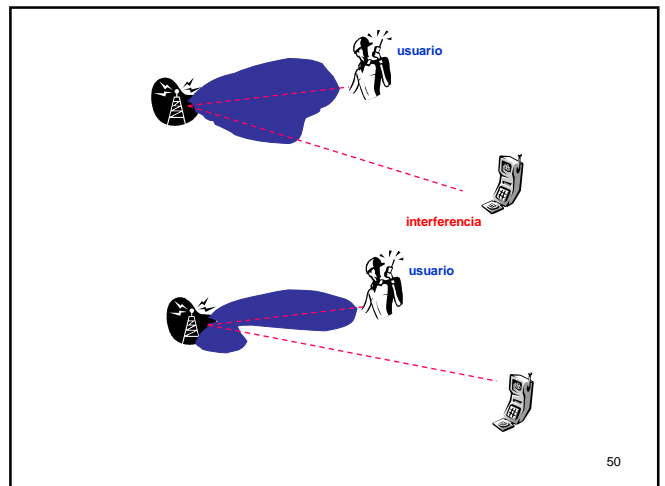
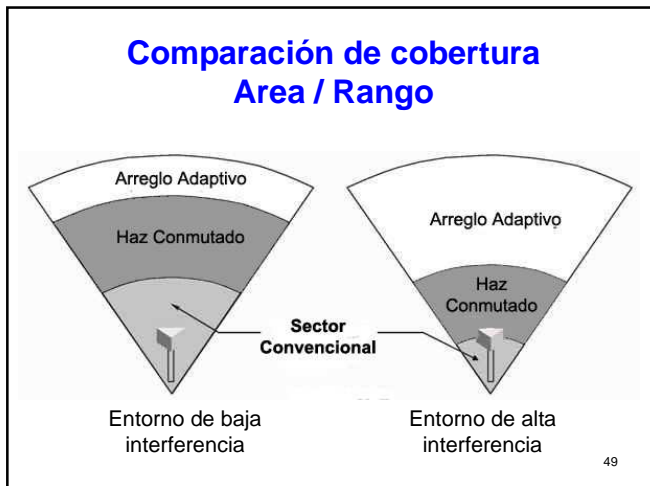
- Emplean un número de haces fijos en la estación base, la cual selecciona uno de los haces fijos predeterminados que provea la salida de potencia más alta par el usuario deseado.
- Ventajas sobre los sistemas de antena adaptivos:
- Costo: menos complejo y fácil de instalar en sistemas existentes (retro-fit)

- Desventajas sobre los sistemas de antena adaptivos:
 - Baja resolución del haz



Formaciones de Haz: Adaptivo versus Conmutado





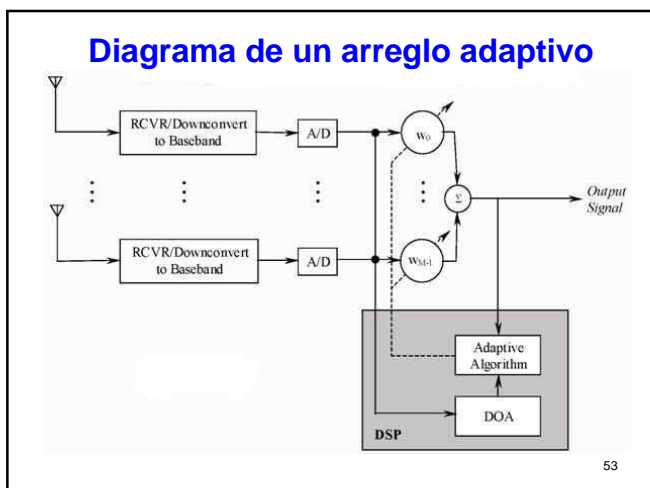
Arreglos Adaptivos

- La idea de usar arreglos de antenas y procesamiento de señales para mejorar la calidad de la señal recibida ha existido por muchos años.
- De hecho, muchos diseños de sistemas de antenas inteligentes han sido implementados en sistemas de defensa, pero no estuvieron comercialmente disponibles por los altos costos

51

- Debido a:
 - El estado del arte de los procesadores digitales de señales (DSP)
 - Los procesadores de propósito general (y los ASICs – Application Specific Integrated Circuits)
 - Las técnicas de procesamiento de señales basadas en software (algoritmos)
- Los sistemas de antenas inteligentes se han vuelto prácticos para los sistemas de comunicaciones celulares (móviles)

52

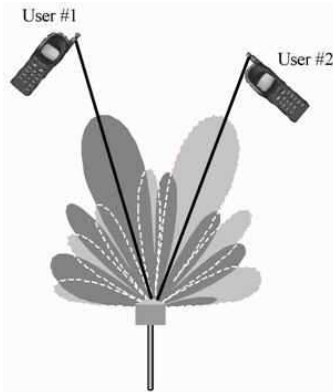


Spatial Division Multiple Access (SDMA)

- SDMA es la más sofisticada utilización de la tecnología de las antenas inteligentes.
- La avanzada capacidad espacial de procesamiento permite localizar muchos usuarios creando un haz diferente para cada uno, significando que más de un usuario puede ser ubicado en el mismo canal de comunicación físico en la misma celda simultáneamente, **con sólo una separación en ángulo**

54

Sistema de multi haz SDMA

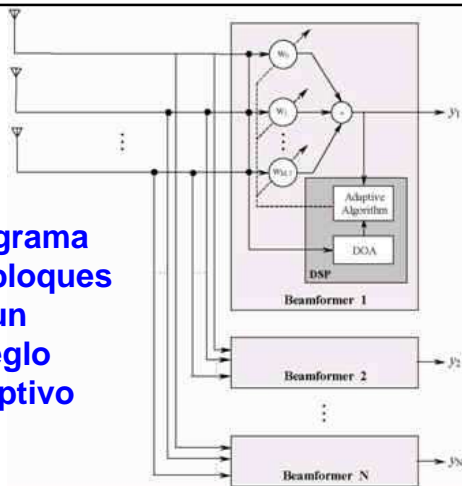


55

- Idealmente, cada circuito formador de haz crea un máximo hacia cada uno de los usuarios deseados, mientras anula a los usuarios no deseados (interferentes)

56

Diagrama de bloques de un arreglo adaptivo

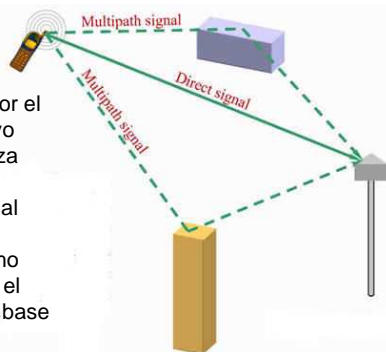


57

Propagación de la señal

- Multitrayecto
- Interferencia Co-Canal

Multitrayecto (Multipath)



La señal generada por el usuario del dispositivo móvil es de naturaleza omnidireccional, causando que la señal sea reflejada por estructuras tales como edificios y resulte en el arribo en la estación base de muchas copias retardadas de la señal

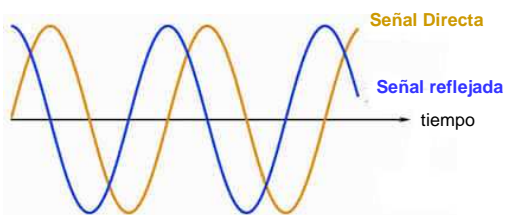
59

Problemas asociados con el multitrayecto

- En general, estas múltiples copias retardadas de la señal no están en fase (p.e., fuera de fase) en la estación base y presentarán problemas posteriores tales como desvanecimiento (fading), cancelación de fase y retardo dispersivo.

60

Dos señales multitrayecto fuera de fase

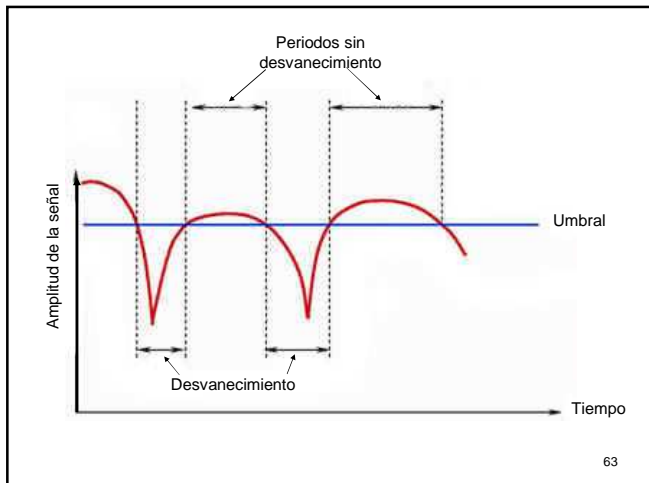


61

Desvanecimiento (Fading)

- Tanto como las señales sean retardadas, las fases de los componentes de las señales de multi-trayectos pueden combinarse destructivamente sobre un ancho de banda estrecho, resultando en un desvanecimiento del nivel de señal recibida.
- Esto resulta en una reducción de la intensidad de la señal, conocido como desvanecimiento tipo Rayleigh o rápido

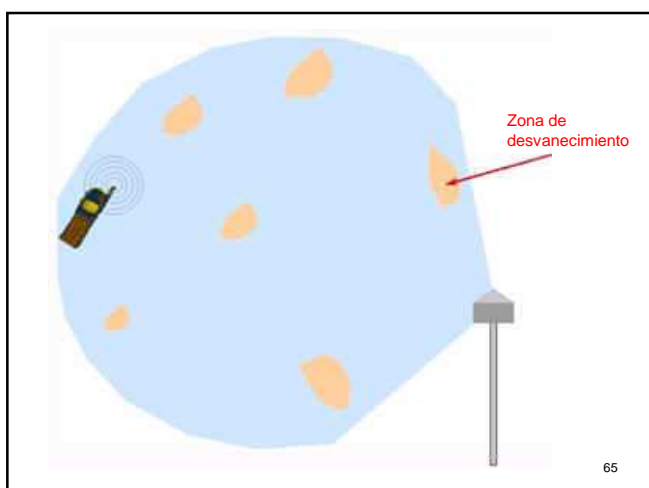
62



63

- El desvanecimiento está cambiando constantemente
- Es un fenómeno en 3-D creando zonas de desvanecimiento.
- Estas zonas son usualmente pequeñas y tienden a atenuar periódicamente la señal recibida (p.e., **degradarla en calidad**) en tanto los usuarios pasen a través de ellos.

64



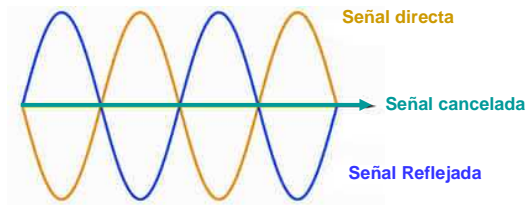
65

Cancelación de fase

- Ocasionalmente, las señales del multi trayecto están rotadas 180° (fuera de fase)
- El problema del multitrayecto es llamado cancelación de fase.
- Cuando esto ocurre, la llamada no se puede mantener por un periodo largo de tiempo y se interrumpe.

66

Ilustración de cancelación de fase



67

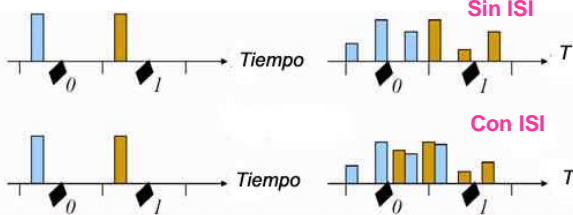
Dispersión del retardo

- Con señales digitales, el efecto del multi trayecto causa una condición llamada **dispersión del retardo** (*delay spread*), los símbolos que representan los bits colisionan unos a otros causando **Interferencia Inter Símbolos** (ISI).
- Cuando esto ocurre el BER (Bit Error Rate) se incrementa y se observa una degradación apreciable en la calidad.

68

Transmitida

Recibida

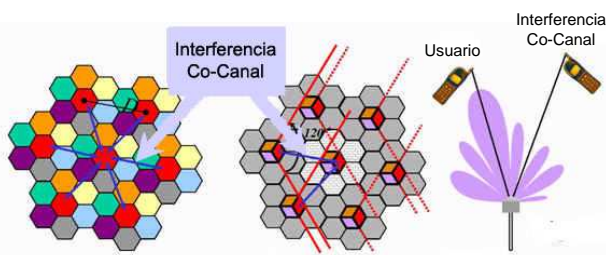


69

Interferencia Co-Canal

- Ocurre cuando una señal de un usuario interfiere con otra celda que tiene el mismo grupo de frecuencias.
- Es el factor principal limitante en la maximización de la capacidad del sistema inalámbrico.
- Las celdas omnidireccionales sufren más que las celdas sectorizadas.

70



71

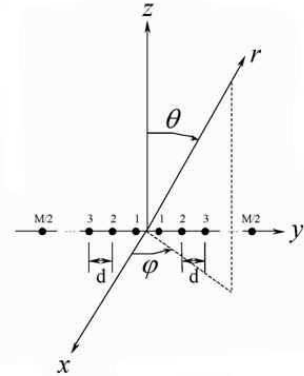
- Los sistemas de antenas inteligentes combaten los efectos de la interferencia co-canal de manera más eficiente porque enfocan el patrón de radiación sobre determinados usuarios y direccionan nulos hacia los usuarios no deseados.

72

Arreglos de Antenas

Teoría y Diseño

Geometría de un arreglo lineal



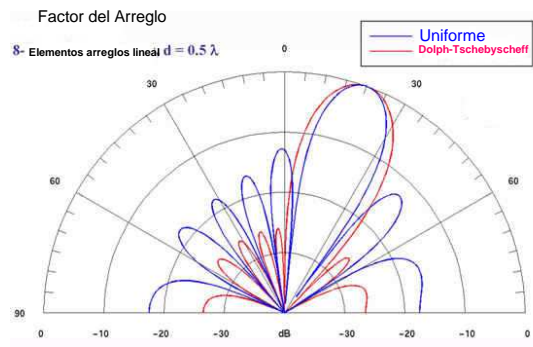
Factor de Arreglo

$$(AF)_M = w_1 e^{j(1/2)\psi_1} + w_2 e^{j(3/2)\psi_2} + \dots + w_{M/2} e^{j[(M-1)/2]\psi_{M/2}} + w_1 e^{-j(1/2)\psi_1} + w_2 e^{-j(3/2)\psi_2} + \dots + w_{M/2} e^{-j[(M-1)/2]\psi_{M/2}} \quad \dots(1)$$

$$(AF)_M = \sum_{n=1}^{M/2} w_n \cos[(2n-1)\psi_n] \quad \dots(2)$$

$$\psi_n = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \sin \phi + \beta_n \quad \dots(3)$$

Diseño del Arreglo

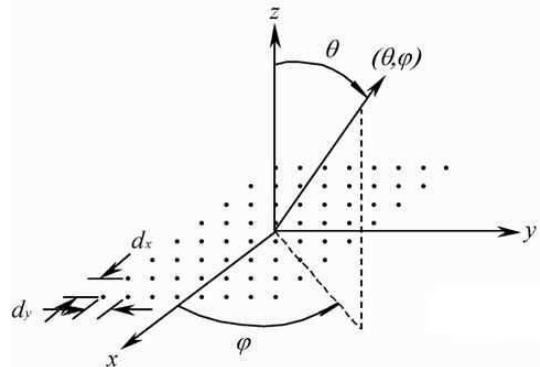


Coefficientes de excitación normalizado para un arreglo

- Arreglo lineal de 8 elementos, $d=0.5\lambda$, $\tau_0=20^\circ$ -26dB nivel de lóbulo lateral para Dolph-Tschebyscheff.

Elementos	Uniforme		Dolph-Tschebyscheff	
	w	β (deg)	w	β (deg)
1	1.000	0.00	1.0000	0.0000
2	1.000	-61.56	1.6313	-61.56
3	1.000	-123.12	2.3916	-123.12
4	1.000	-184.68	2.8603	-184.68
5	1.000	-246.24	2.8603	-246.24
6	1.000	-307.80	2.3916	-307.80
7	1.000	-369.36	1.6313	-369.36
8	1.000	-430.92	1.0000	-430.92

Geometría de un arreglo plano



Factor del Arreglo

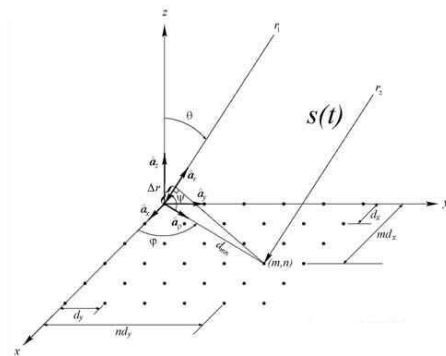
$$[AF(\theta, \phi)]_{M \times N} = 4 \sum_{m=1}^{M/2} \sum_{n=1}^{N/2} w_{mn} \cos[(2m-1)u] \cos[(2n-1)v]$$

$$u = \frac{\pi d_x}{\lambda} (\sin \theta \cos \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0)$$

$$v = \frac{\pi d_y}{\lambda} (\sin \theta \sin \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0)$$

79

Dirección de arribo para un arreglo plano



80

Retardo de tiempo τ_{mn} para el arreglo plano

$$\tau_{mn} = \frac{\Delta r}{v_0}$$

$$\Delta r = d_{mn} \cos(\psi)$$

$$d_{mn} = \sqrt{m^2 d_x^2 + n^2 d_y^2}$$

$$\cos(\psi) = \frac{\hat{a}_r \cdot \hat{a}_\rho}{|\hat{a}_r| |\hat{a}_\rho|}$$

81

$$\hat{a}_r = \hat{a}_x \sin \theta \cos \phi + \hat{a}_y \sin \theta \sin \phi + \hat{a}_z \cos \theta$$

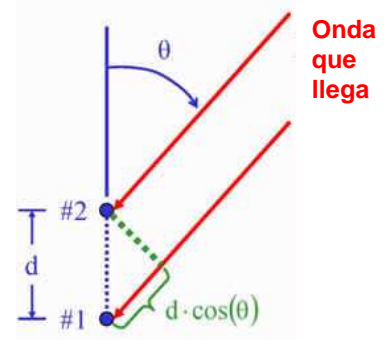
$$\hat{a}_\rho = \frac{\hat{a}_x m d_x + \hat{a}_y n d_y}{\sqrt{m^2 d_x^2 + n^2 d_y^2}}$$

$$\tau_{mn} = \frac{m d_x \sin \theta \cos \phi + n d_y \sin \theta \sin \phi}{v_0}$$

82

Dirección de Arribo (DOA)

Arreglo de dos elementos



84

Cálculos del retardo de tiempo

- Cuando una onda que arriba incide con un ángulo θ sobre el arreglo de antenas, se producen retardos de tiempo relativos alrededor de los elementos de antena vecinos.
- Estos retardos dependen de:
 - La geometría de la antena y
 - El espaciamiento entre los elementos

85

DOA para arreglo de dos elementos

$$\Delta t = (t_1 - t_2) = \frac{\Delta d}{v_0} = \frac{d \cos(\theta)}{v_0}$$

$$\cos(\theta) = \frac{v_0}{d} \Delta t = \frac{v_0}{d} (t_1 - t_2)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{d}{v_0} \Delta t \right) = \cos^{-1} \left[\frac{d}{v_0} (t_1 - t_2) \right]$$

86

```
% *****
% DOA
% *****
% This is a MATLAB based program that estimates the direction of
% arrival by using:
% I. Linear array
% II. Rectangular planar array
%
% The linear array has M elements placed equidistantly along the x-axis.
%
% The rectangular planar array has M x N elements placed equidistantly along the x and y axes.
%
% Option I. Linear array
%
% ** Input Parameters:
% 1. Number (M) of elements
% 2. Spacing between the elements (in wavelengths)
% 3. Amplitude and direction (theta) of signal-of-interest (SOI)
% 4. Amplitude and direction (theta) of signals-not-of-interest (SNOIs)
% 5. Noise mean and variance
%
% ** Program Output:
% 1. DOA estimation
% *****
```

87

```
% *****
% Option II. Rectangular planar array
%
% ** Input Parameters:
% 1. Number (M) of array elements in x-direction
% 2. Number (N) of array elements in y-direction
% 3. Spacing between the elements in x-direction (in wavelengths)
% 4. Spacing between the elements in y-direction (in wavelengths)
% 5. Amplitude and direction (theta and phi) of signal-of-interest (SOI)
% 6. Amplitude and direction (theta and phi) of signals-not-of-interest (SNOIs)
% 7. Noise mean and variance
%
% ** Program Output:
% I. DOA estimation
% *****
```

88

Formación de Haz Adaptivo

- El DSP (con la ayuda del algoritmo adaptivo que optimiza el criterio o función de costo) Calcula:
 - Grupo de ponderaciones; amplitud (w_n 's) y fase (β_n 's)

Para cada elemento de antena para colocar el haz principal de la antena hacia el SOI mientras suprime el SNOI

89

- **Ejemplo:** Determinar las ponderaciones complejas de un arreglo de dos elementos, separados $\lambda/2$, para recibir la señal deseada (SOI) de cierta magnitud (unitaria) hacia $\theta_0=0^\circ$ mientras afina a la interferencia a los $\theta_1=30^\circ$.
- Los elementos del arreglo se asumen isotrópicos y las señales que inciden son sinusoidales.
- Asuma que no hay acoplamiento entre los elementos.

90

Formación de haz en ausencia de acoplamiento mutuo

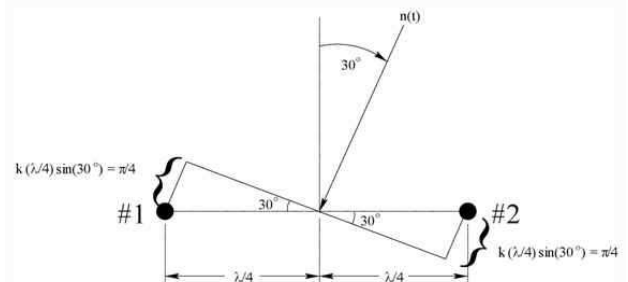
Deseada
 $p(t) = Pe^{j\omega t}$
Interferencia
 $n(t) = Ne^{j\omega t}$

Sistema Lineal:
 $w_1 + w_2 = 1$
 $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-j)w_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)w_2 = 0$

Solución:
 $w_1 = \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}$
 $w_2 = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}$

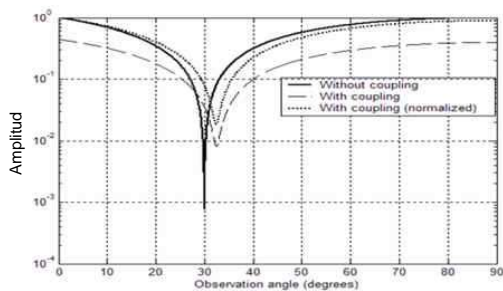
91

Geometría y retraso de fase



92

Ejemplo del efecto de acoplamiento mutuo



Sin acoplamiento:
Nulo ∞ dB, Ubicación 30°

Con acoplamiento:
Mín -37dB, Ubicación 32.5°

93

Acoplamiento Mutuo

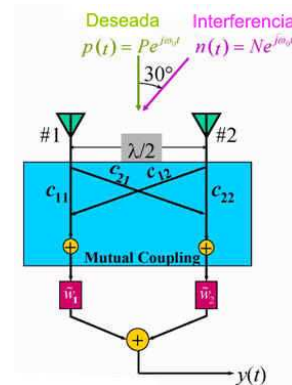
- Tiene un impacto deteriorante sobre el rendimiento del sistema de antenas inteligentes porque:
 - El patrón de radiación y la impedancia de un elemento de antena son cambiados cuando el elemento está radiando en la vecindad de otros elementos
 - El patrón de radiación y la impedancia de los otros radiadores son también alterados por la presencia de la antena original.

94

- Ejemplo: Determine la ponderación compleja de un arreglo de dos elementos, separados $\lambda/4$, para recibir la señal deseada (SOI) de cierta magnitud (unitaria) hacia $\theta_0=0^\circ$ mientras desintoniza la interferencia (SNOI) hacia $\theta_1=30^\circ$.
- Los elementos del arreglo son asumidos isotrópicos y las señales incidentes son sinusoidales.
- Asuma acoplamiento entre los elementos

95

Formación de haz en presencia de acoplamiento



96

Sistema Lineal:

$$(c_{11} + c_{12})\tilde{w}_1 + (c_{22} + c_{21})\tilde{w}_2 = 1$$

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(1-j)c_{11} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)c_{12} \right] \tilde{w}_1 + \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(1-j)c_{21} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)c_{22} \right] \tilde{w}_2 = 0$$

Efecto del Acoplamiento Mutuo

Solución:

$$\tilde{w}_1 = \frac{1}{2} \frac{c_{22} - c_{21}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} - j \frac{1}{2} \frac{c_{22} + c_{21}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} = w_1 \left(\frac{c_{22}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} - j \frac{c_{21}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} \right)$$

$$\tilde{w}_2 = \frac{1}{2} \frac{c_{11} - c_{12}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} + j \frac{1}{2} \frac{c_{11} + c_{12}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} = w_2 \left(\frac{c_{11}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} + j \frac{c_{12}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}} \right)$$

97

• Ejemplo del efecto del acoplamiento mutuo:

– Asuma que los coeficientes de acoplamiento mutuo están dados por:

$$c_{11} = c_{22} = 2.37 + j0.340$$

$$c_{12} = c_{21} = -0.130 - j0.0517$$

Luego, las ponderaciones alteradas por el acoplamiento mutuo son:

$$w_1' = 0.189 - j0.223$$

$$w_2' = 0.250 + j0.167$$

Las ponderaciones en ausencia de acoplamiento:

$$w_1 = 0.5 - j0.5$$

$$w_2 = 0.5 + j0.5$$

98



Muchas gracias por su atención



UNI - FIEE

99